

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ – ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 20 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014 - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:**

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1.** Για δύο οποιαδήποτε ενδεχόμενα  $A, B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , να αποδείξετε ότι

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

**Μονάδες 7**

- A2.** Έστω μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$ . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $x_1 \in A$  ;

**Μονάδες 4**

- A3.** Τι ονομάζεται (απόλυτη) συχνότητα  $V_i$  της τιμής  $x_i$  μιας μεταβλητής  $X$  ;

**Μονάδες 4**

- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α) Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 99,7% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα  $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$ , όπου  $\bar{x}$  η μέση τιμή και  $s$  η τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων. (μονάδες 2)
- β) Σε ομαδοποιημένα δεδομένα το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι πάντοτε ίσο με ένα. (μονάδες 2)
- γ) Έστω μια συνάρτηση  $f$  παραγωγίσιμη στο σημείο  $x_0$ . Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο της  $(x_0, f(x_0))$  είναι  $f'(x_0)$  (μονάδες 2)
- δ) Το ενδεχόμενο  $A - B$  πραγματοποιείται, όταν πραγματοποιείται το  $A$  αλλά όχι το  $B$  (μονάδες 2)
- ε) Ο σταθμισμένος αριθμητικός μέσος ή σταθμικός μέσος είναι ένα μέτρο διασποράς. (μονάδες 2)

**Μονάδες 10**

## ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ – ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

### ΘΕΜΑ Β

Η βαθμολογία εξήντα μαθητών ενός Λυκείου σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών βρίσκεται στο διάστημα  $[10, 20)$  και έχει ομαδοποιηθεί σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους. Γνωρίζουμε, επίσης, ότι έξι μαθητές έχουν πάρει βαθμό μικρότερο από 12, δεκαοκτώ μαθητές μικρότερο από 14, έξι μαθητές μεγαλύτερο ή ίσο του 18 και δεκαοκτώ μαθητές μεγαλύτερο ή ίσο του 16.

**B1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων κατάλληλα συμπληρωμένο, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

| Κλάσεις          | Κεντρικές Τιμές $x_i$ | Συχνότητα $v_i$ | Σχετική Συχνότητα $f_i\%$ | Αθροιστική Συχνότητα $N_i$ | Αθροιστική Σχετική Συχνότητα $F_i\%$ |
|------------------|-----------------------|-----------------|---------------------------|----------------------------|--------------------------------------|
| $[10, \cdot)$    |                       |                 |                           |                            |                                      |
| $[\cdot, \cdot)$ |                       |                 |                           |                            |                                      |
| $[\cdot, \cdot)$ |                       |                 |                           |                            |                                      |
| $[\cdot, \cdot)$ |                       |                 |                           |                            |                                      |
| $[\cdot, 20)$    |                       |                 |                           |                            |                                      |
| <b>Σύνολο</b>    |                       |                 |                           |                            |                                      |

**Μονάδες 12**

**B2.** Να βρείτε τη μέση βαθμολογία  $\bar{X}$  των μαθητών και τη διάμεσο  $\delta$  των βαθμολογιών τους.

**Μονάδες 8**

**B3.** Στο 5% των μαθητών με την καλύτερη επίδοση πρόκειται να δοθεί έπαινος. Από ποιον βαθμό και πάνω πρέπει να έχει γράψει κάποιος μαθητής για να πάρει έπαινο; (Θεωρούμε ότι οι παρατηρήσεις κάθε κλάσης είναι ομοιόμορφα κατανομημένες).

**Μονάδες 5**

## ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ – ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

### ΘΕΜΑ Γ

Έστω  $\Omega = \{-1, 0, 1, 2\}$  ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης. Οι πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του  $\Omega$  δίνονται από τη σχέση

$$P(\kappa) = \frac{\alpha}{\kappa^2 + 1}, \quad \kappa \in \Omega, \quad \text{με } \alpha > 0$$

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα  $A, B$  του  $\Omega$  με

$$A = \{ \kappa \in \Omega / \kappa^2 > 1 \}$$

$$B = \{ \kappa \in \Omega / (\kappa^2 - 1)(\kappa^2 - 4) = 0 \}$$

Γ1. Να αποδείξετε ότι  $\alpha = \frac{5}{11}$  και να βρείτε τις πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του  $\Omega$ .

**Μονάδες 8**

Γ2. Να αποδείξετε ότι  $P(A) = \frac{1}{11}$ ,  $P(B) = \frac{6}{11}$  και να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

Γ: «να πραγματοποιείται το  $B$  και όχι το  $A$ »

Δ: «να μην πραγματοποιείται το  $A$  ή να μην πραγματοποιείται το  $B$ ».

**Μονάδες 10**

Γ3. Θεωρούμε τη συνάρτηση

$$f(x) = \frac{1}{3} x^3 + \frac{\kappa}{2} x^2 + \frac{9}{4} x - 1, \quad x \in \mathbb{R}, \quad \kappa \in \Omega$$

και το ενδεχόμενο

$$E = \{ \kappa \in \Omega / \text{η συνάρτηση } f \text{ να είναι γνησίως αύξουσα} \}.$$

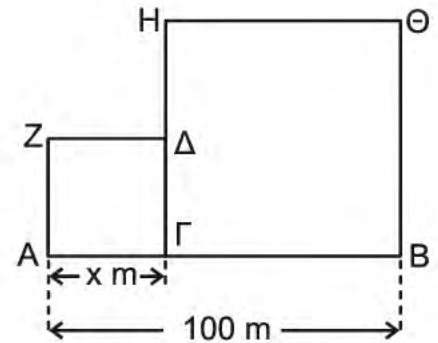
Να εξετάσετε αν το ενδεχόμενο  $E$  είναι βέβαιο.

**Μονάδες 7**

## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ – ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα AB με μήκος 100 m. Θεωρούμε εσωτερικό σημείο Γ του AB τέτοιο, ώστε το μήκος του τμήματος ΑΓ να είναι x m.



**Δ1.** Κατασκευάζουμε τα τετράγωνα ΑΓΔΖ και ΓΒΘΗ, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

i) Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των εμβαδών των δύο τετραγώνων, ως συνάρτηση του x, είναι

$$E(x) = 2x^2 - 200x + 10000, \quad x \in (0, 100)$$

(μονάδες 3)

ii) Να βρείτε για ποια τιμή του x το εμβαδόν E(x) γίνεται ελάχιστο.

(μονάδες 5)

**Μονάδες 8**

Στη συνέχεια, για  $x = 50$ , χωρίζουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΑΓ σε v διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα  $l_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, v$  με αντίστοιχα μήκη  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, v$ .

Αν η μέση τιμή των μηκών  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, v$  είναι  $\bar{x} = 2$  και η τυπική τους απόκλιση είναι  $s = 0,2$  τότε:

**Δ2.** Να δείξετε ότι  $v = 25$

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Να βρείτε τη μέση τιμή των εμβαδών των τετραγώνων που κατασκευάζονται με πλευρές τα διαδοχικά τμήματα  $l_i$  με αντίστοιχα μήκη  $x_i$ , όπου  $i = 1, 2, \dots, 25$

$$\text{Δίνεται ότι: } s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^v t_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^v t_i \right)^2}{v} \right\}$$

**Μονάδες 6**

## ΑΡΧΗ 5ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ – ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

- Δ4.** Επιλέγουμε τυχαία ένα από τα διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα  $\ell_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 25$   
Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου

$$\Lambda = \left\{ \ell_i, i = 1, 2, \dots, 25 \text{ τέτοιο, ώστε ο δείκτης } i \text{ να είναι πολλαπλάσιο του } 3 \text{ ή πολλαπλάσιο του } 4 \right\}.$$

**Μονάδες 6**

### ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου να γράψετε το εξεταζόμενο μάθημα. Στο εσώφυλλο πάνω-πάνω να συμπληρώσετε τα Ατομικά στοιχεία μαθητή. Στην αρχή των απαντήσεών σας να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο και **να μη γράψετε** πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει. Μολύβι επιτρέπεται, **μόνο** αν το ζητάει η εκφώνηση, και **μόνο** για πίνακες, διαγράμματα κλπ.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: 18.00

**ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**